

**ΤΟ ΦΩΣ**

✓ Ενέργεια φωτονίου

$$E_{\phi} = hf$$

✓ Ενέργεια δέσμης φωτονίων

$$E_{\Delta\epsilon\sigma\mu\eta\varsigma} = Nhf$$

✓ Ισχύς δέσμης φωτονίων

$$P = \frac{E_{\Delta\epsilon\sigma\mu\eta\varsigma}}{t} = \frac{N}{t} E_{\phi} = \frac{N}{t} hf = K^* hf$$

(όπου  $K^*$  ο ρυθμός εκπομπής των φωτονίων)

✓ Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής

$$c = \lambda f$$

✓ Δείκτης διάθλασης

$$n = \frac{c_0}{c} = \frac{\lambda_0}{\lambda} > 1$$

✓ Λόγος δεικτών διάθλασης για δύο διαφορετικά οπτικά μέσα

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

**ΑΤΟΜΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ (ΜΕΛΕΤΗ ΑΤΟΜΟΥ H<sub>2</sub>)**

✓ Συμθήκες του Bohr

**1η ΣΥΝΘΗΚΗ ΤΟΥ Bohr**

$$F_c = F_K \quad \text{ή} \quad k \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

**2η ΣΥΝΘΗΚΗ ΤΟΥ Bohr**

$$L = mur = n\hbar = \frac{h}{2\pi} \quad \mu\epsilon \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

**3η ΣΥΝΘΗΚΗ ΤΟΥ Bohr**

«Όταν το ηλεκτρόνιο κινείται στις "επιτρεπόμενες τροχιές" δεν εκπέμπει ακτινοβολία»

**4η ΣΥΝΘΗΚΗ ΤΟΥ Bohr**

$$E_i - E_f = hf$$

✓ Κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου

$$K = \frac{ke^2}{2r}$$

✓ Δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου

$$U = -\frac{ke^2}{r}$$

✓ Ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου

$$E = -\frac{ke^2}{2r}$$

✓ Ενέργεια στις επιτρεπόμενες τροχιές

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} \quad \text{με } n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{και } E_1 = -13,6\text{eV}$$

✓ Επιτρεπόμενες τροχιές

$$r_n = n^2 r_1 \quad \text{με } n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{και } r_1 = 0,53 \cdot 10^{-10}\text{m}$$

✓ Χαρακτηριστικές ενεργειακές διαφορές μεταξύ ενεργειακών σταθμών

$$E_2 - E_1 = 10,2\text{eV}$$

$$E_3 - E_1 = 12,09\text{eV}$$

$$E_4 - E_1 = 12,75\text{eV}$$

✓ Ενέργεια ιονισμού από τη θεμελιώδη τροχιά

$$E_{\text{iov}} = E_{\infty} - E_1 = 13,6\text{eV}$$

✓ Ενέργεια ιονισμού από τυχαία τροχιά

$$E_{\text{iov}} = E_{\infty} - E_n = \frac{13,6}{n^2}\text{eV}$$

✓ Ενέργεια κρούσης ηλεκτρονίων με την άνοδο στο σωλήνα παραγωγής ακτίνων X

$$K_i = eV$$

✓ Μήκος κύματος φωτονίων συνεχούς φάσματος ακτίνων X

$$\lambda = \frac{hc}{K_i - K_f}$$

✓ Ελάχιστο μήκος κύματος των ακτίνων X

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{hc}{eV} \quad \text{για } K_f = 0$$

**ΠΥΡΗΝΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ**✓ Σχέση μεταξύ μαζικού, ατομικού και αριθμού νετρονίων

$$A = Z + N$$

✓ Ατομική μονάδα μάζας

$$1u = \frac{1}{12} m({}_6^{12}\text{C}) = 1,66055 \cdot 10^{-27}\text{Kg}$$

✓ Έλλειμμα μάζας

$$\Delta M = Zm_p + Nm_n - M_{\pi}$$

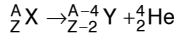
✓ Ενέργεια σύνδεσης

$$E_B = \Delta Mc^2$$

✓ Ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο

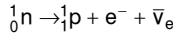
$$\frac{E_B}{A} = \frac{\Delta Mc^2}{A}$$

✓ Διάσπαση α

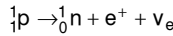


✓ Διάσπαση β

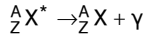
Διάσπαση β<sup>-</sup>



Διάσπαση β<sup>+</sup>



✓ Διάσπαση γ



✓ Ρυθμός μεταβολής αδιάσπαστων πυρήνων

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N$$

✓ Ενεργότητα δείγματος

$$\left| \frac{\Delta N}{\Delta t} \right| = \lambda N$$

✓ Πλήθος πυρήνων οι οποίοι παραμένουν αδιάσπαστοι

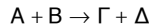
$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

όπου  $N_0$  το αρχικό πλήθος των πυρήνων

✓ Χρόνος υποδιπλασιασμού ή χρόνος ημιζωής

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

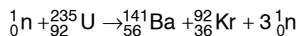
✓ Τυπική πυρηνική αντίδραση



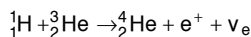
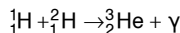
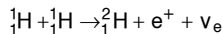
✓ Ενέργεια πυρηνικής αντίδρασης

$$Q = (M_A + M_B - M_\Gamma - M_\Delta)c^2$$

✓ Τυπικό παράδειγμα πυρηνικής σχάσης



✓ Τυπικό παράδειγμα πυρηνικής σύντηξης (κύκλος πρωτονίου - πρωτονίου)



**ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ****✓ Χαρακτηριστικά μεγέθη περιοδικών φαινομένων****Συχνότητα**

$$f = \frac{N}{t} \quad \text{και} \quad f = \frac{1}{T}$$

**Γωνιακή συχνότητα**

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{και} \quad \omega = 2\pi f$$

**✓ Μηχανική απλή αρμονική ταλάντωση**Αρχικές συνθήκες ( $t = 0$ ):  $x = 0$ ,  $v > 0$ **Απομάκρυνση**

$$x = A\eta\mu\omega t$$

**Ταχύτητα**

$$v = v_{\max}\sigma\upsilon\nu\omega t, \quad \text{όπου} \quad v_{\max} = \omega A$$

**Επιτάχυνση**

$$a = -a_{\max}\eta\mu\omega t, \quad \text{όπου} \quad a_{\max} = \omega^2 A$$

Με τυχαίες αρχικές συνθήκες

**Απομάκρυνση**

$$x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0)$$

**Ταχύτητα**

$$v = v_{\max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0)$$

**Επιτάχυνση**

$$a = -a_{\max}\eta\mu(\omega t + \phi_0)$$

όπου  $\phi_0 \in [0, 2\pi)$  η αρχική φάση**Δύναμη επαναφοράς**

$$F = -Dx, \quad \text{όπου} \quad D = m\omega^2$$

**Περίοδος**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

**✓ Ενέργεια ταλάντωσης και χρόνος ( $\phi_0 = 0$ )****Κινητική ενέργεια**

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{ή} \quad K = E\sigma\upsilon\nu^2\omega t$$

**Δυναμική ενέργεια**

$$U = \frac{1}{2}Dx^2 \quad \text{ή} \quad U = E\eta\mu^2\omega t$$

**Μηχανική (ολική) ενέργεια**

$$E = K + U \quad \text{ή} \quad E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

**✓ Ηλεκτρικές ταλαντώσεις**Αρχικές συνθήκες ( $t = 0$ ):  $q = Q$  και  $i = 0$ **Φορτίο πυκνωτή (φορτίο αρχικά θετικού οπλισμού)**

$$q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t$$

**Ένταση ρεύματος**

$$i = I\eta\mu\omega t, \quad \text{όπου} \quad I = \omega Q$$

**Περίοδος**

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

**Ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή**

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \quad \text{ή} \quad U_E = E\sigma\upsilon\nu^2\omega t$$

**Ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου**

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \quad \text{ή} \quad U_B = E\eta\mu^2\omega t$$

**✓ Φθίνουσες μηχανικές ταλαντώσεις**

Με αντίσταση της μορφής  $F' = -bv$

**Πλάτος μετά από κ πλήρεις ταλαντώσεις**

$$A_k = A_0 e^{-\Lambda t}$$

όπου  $t = \kappa T$ ,  $\kappa = 0, 1, 2, \dots$  και  $\Lambda = \frac{b}{2m}$

**Λόγος διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση**

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \dots = \frac{A_\kappa}{A_{\kappa+1}} = e^{\Lambda T} = \text{σταθ.}$$

**Ενέργεια μετά από κ πλήρεις ταλαντώσεις**

$$E_\kappa = \frac{1}{2}DA_k^2 \quad \text{ή} \quad E_\kappa = \frac{1}{2}DA_0^2 e^{-2\Lambda t}$$

όπου  $t = \kappa T$ ,  $\kappa = 0, 1, 2, \dots$

**✓ Φθίνουσες ηλεκτρικές ταλαντώσεις**

Με ωμική αντίσταση  $R$

**Μέγιστο φορτίο**

$$Q_k = Q_0 e^{-\Lambda t}$$

όπου  $t = \kappa T$ ,  $\kappa = 0, 1, 2, \dots$  και  $\Lambda = \frac{R}{2L}$

**✓ Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις****Συνθήκη συντονισμού, με  $b = 0$ :**

$$f = f_0$$

**✓ Σύθεση ταλαντώσεων**

**1.** Σύθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, ίδιας συχνότητας και εξισώσεις

$$x_1 = A_1 \eta \mu \omega t \quad \text{και} \quad x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \varphi)$$

Συνισταμένη αρμονική ταλάντωση

$$x = A \eta \mu(\omega t + \theta)$$

όπου  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \text{ συν} \varphi}$  και  $\epsilon \varphi \theta = \frac{A_2 \eta \mu \varphi}{A_1 + A_2 \text{ συν} \varphi}$

**2.** Σύθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, ίδιου πλάτους, με κοινή θέση ισορροπίας και ελάχιστα διαφορετικές συχνότητες.

$$x_1 = A \eta \mu \omega_1 t \quad \text{και} \quad x_2 = A \eta \mu \omega_2 t$$

Συνισταμένη ταλάντωση

$$x = 2A \underbrace{\text{συν}\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)}_{A'} \eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

Πλάτος

$$|A'| = 2A \left| \text{συν}\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \right|$$

Γωνιακή συχνότητα

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

Εξισώσεις συνισταμένης ταλάντωσης

Απομάκρυνση

$$x = A' \eta\mu \bar{\omega} t$$

Ταχύτητα

$$u = \bar{\omega} A' \text{συν} \bar{\omega} t$$

Επιτάχυνση

$$a = -\bar{\omega}^2 A' \eta\mu \bar{\omega} t$$

Συχνότητα διακροτήματος

$$f_\delta = |f_1 - f_2|$$

## ΚΥΜΑΤΑ

### ✓ Μηχανικά κύματα

Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής

$$v = \lambda f$$

Εξίσωση αρμονικού κύματος (όταν η απομάκρυνση της πηγής Ο είναι

$$y = A \eta\mu\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$y = A \eta\mu 2\pi \frac{x}{\lambda} - \frac{x}{\lambda} \frac{\partial}{\partial t}$$

Διάδοση κατά αντίθετη φορά

$$y = A \eta\mu 2\pi \frac{x}{\lambda} + \frac{x}{\lambda} \frac{\partial}{\partial t}$$

Ταχύτητα ενός υλικού σημείου του μέσου

$$u = \omega A \text{συν} 2\pi \frac{x}{\lambda} - \frac{x}{\lambda} \frac{\partial}{\partial t}$$

Επιτάχυνση ενός υλικού σημείου του μέσου

$$a = -\omega^2 A \eta\mu 2\pi \frac{x}{\lambda} - \frac{x}{\lambda} \frac{\partial}{\partial t}$$

Στιγμιότυπο του κύματος ( $t = \text{σταθ.}$ )

$$y = A \eta\mu 2\pi \frac{x}{\lambda} \text{σταθ.} - \frac{x}{\lambda} \frac{\partial}{\partial t}$$

### Φάση αρμονικού κύματος

$$\phi = 2\pi \left( \frac{ct}{\theta T} - \frac{x\phi}{\lambda} \right)$$

### Διαφορά φάσης δύο σημείων, την ίδια στιγμή t

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$$

### Μεταβολή φάσης ενός σημείου, σε χρόνο Δt

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}$$

### ✓ Συμβολή δύο όμοιων κυμάτων στην επιφάνεια υγρού

#### Απομάκρυνση ενός σημείου του υγρού

$$y = \underbrace{2A \sin 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda}}_A \cdot \underbrace{\eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)}_{\text{φάση } \phi}$$

όπου |A| το πλάτος

#### Συνθήκη ενίσχυσης (|A| = 2A)

$$|r_1 - r_2| = N\lambda, \quad N = 0, 1, 2, \dots$$

#### Συνθήκη απόσβεσης (A' = 0)

$$|r_1 - r_2| = (2N + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad N = 0, 1, 2, \dots$$

#### Ταχύτητα

$$u = \frac{2\pi}{T} A' \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

#### Επιτάχυνση

$$a = -\frac{4\pi^2}{T^2} A' \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

### ✓ Στάσιμα κύματα

#### Εξίσωση στάσιμου κύματος (στη θέση x=0 σχηματίζεται κοιλία)

$$y = \underbrace{2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda}}_A \cdot \eta \mu \frac{2\pi t}{T}, \quad \text{όπου } |A| \text{ το πλάτος}$$

#### Ταχύτητα

$$u = \frac{2\pi}{T} A' \sin \frac{2\pi t}{T}$$

#### Επιτάχυνση

$$a = -\frac{4\pi^2}{T^2} A' \eta \mu \frac{2\pi t}{T}$$

#### Θέσεις κοιλιών

$$x = \kappa \frac{\lambda}{2}, \quad \kappa = 0, 1, 2, \dots$$

**Θέσεις δεσμών**

$$x = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

**Απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών (ή διαδοχικών κοιλιών)**

$$d = \frac{\lambda}{2} = \lambda_{\text{στασ}}$$

**✓ Ηλεκτρομαγνητικό κύμα****Ηλεκτρικό πεδίο**

$$E = E_{\max} \eta \mu 2\pi \frac{ax}{\xi T} - \frac{x \ddot{\phi}}{\lambda \dot{\phi}}$$

**Μαγνητικό πεδίο**

$$B = B_{\max} \eta \mu 2\pi \frac{ax}{\xi T} - \frac{x \ddot{\phi}}{\lambda \dot{\phi}}$$

**Σχέση μέτρων εντάσεων**

$$\frac{E}{B} = c \quad \text{και} \quad \frac{E_{\max}}{B_{\max}} = c$$

**✓ Ανάκλαση και διάθλαση του φωτός**

Όταν αλλάζει το μέσο διάδοσης του κύματος παραμένει σταθερή η συχνότητα  $f$ , αλλάζει η ταχύτητα διάδοσης  $v$ , άρα αλλάζει το μήκος κύματος  $\lambda$ .

**Νόμος της ανάκλασης**

γωνία ανάκλασης = γωνία πρόσπτωσης

$$\theta_r = \theta_a$$

**Νόμος της διάθλασης (Snell)**

$$n_a \eta \mu \theta_a = n_b \eta \mu \theta_b$$

**Δείκτης διάθλασης ενός υλικού**

$$n = \frac{c}{v} \quad \text{και} \quad n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

**Κρίσιμη γωνία (ολική εσωτερική ανάκλαση)**

$$\eta \mu \theta_{\text{crit}} = \frac{n_b}{n_a}$$

**ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ****✓ Οι κινήσεις των στερεών σωμάτων****Σχέση γραμμικής ταχύτητας με γωνιακή ταχύτητα**

$$v = \omega r$$

**Γωνιακή ταχύτητα**

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$



**Γωνιακή επιτάχυνση**

$$a = \frac{d\omega}{dt}$$

**Σχέση τόξου με επίκεντρη γωνία**

$$ds = R d\theta$$

**✓ Κύλιση τροχού ακτίνας R****Ταχύτητα κέντρου μάζας**

$$u_{cm} = \frac{ds}{dt} \quad \text{ή} \quad u_{cm} = \omega R$$

**Επιτάχυνση κέντρου μάζας**

$$a_{cm} = a R$$

**✓ Ροπή δύναμης****Ροπή δύναμης ως προς τον άξονα**

$$\tau = F\ell$$

**Ροπή δύναμης ως προς σημείο**

$$\tau = F\ell$$

**Ροπή ζεύγους δυνάμεων**

$$\tau = Fd$$

όπου d η απόσταση των φορέων των δύο δυνάμεων

**✓ Ισοροπία στερεού σώματος****Συνθήκες ισοροπίας**

1.  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή ( $\Sigma F_x = 0$  και  $\Sigma F_y = 0$ )
2.  $\Sigma \tau = 0$

**✓ Ροπή αδράνειας****Ροπή αδράνειας ως προς κάποιο άξονα**

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ..$$

**Θεώρημα παράλληλων αξόνων (Steiner)**

$$I_p = I_{cm} + Md^2$$

**✓ Θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης****Θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης**

$$\Sigma \tau = I\alpha$$

**Γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της στροφικής κίνησης**

$$\Sigma \tau = \frac{dL}{dt}$$

**✓ Στροφορμή****Στροφορμή υλικού σημείου**

$$L = pr \quad \text{ή} \quad L = mur$$

**Στροφορμή στερεού σώματος ως προς άξονα**

$$L = I\omega$$

**Στροφορμή συστήματος σωμάτων ως προς τον ίδιο άξονα**

$$L = L_1 + L_2 + \dots$$

**✓ Διατήρηση της στροφορμής****Σε ένα σώμα**

Αν  $\Sigma \tau = 0$ , τότε έχουμε  $L = \text{σταθ.}$  δηλαδή  $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

**Σε σύστημα σωμάτων**

Αν  $\Sigma \tau_{\text{εξ}} = 0$ , τότε έχουμε  $L_{\text{ολ}} = \text{σταθ.}$  ή  $L_{\text{πριν}} = L_{\text{μετά}}$

**✓ Κινητική ενέργεια****Στροφορμική κίνηση**

$$K_{\text{στροφ}} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

**Μεταφορική κίνηση**

$$K_{\text{μεταφ.}} = \frac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^2$$

**Κύλιση**

$$K = \frac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

**✓ Έργο κατά την στροφορμική κίνηση****Έργο δύναμης με σταθερή ροπή**

$$W = \tau\theta$$

**Ισχύς ροπής**

$$P = \tau\omega$$

**Θεώρημα έργου - ενέργειας**

$$\Sigma W = \frac{1}{2}I\omega_2^2 - \frac{1}{2}I\omega_1^2$$

**ΚΡΟΥΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ****✓ Διατήρηση της ορμής συστήματος σωμάτων**

$$p_{\text{πριν}} = p_{\text{μετά}}$$

**✓ Κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών****Ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση**

Γενική μορφή

$$u_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}u_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1$$

$$u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}u_2$$

**Ειδικές μορφές**

Αν  $m_1 = m_2$

$$u_1' = u_2 \quad \text{και} \quad u_2' = u_1$$

Η παραγωγή του τυπολογίου από την εταιρεία **Orbit** Graphic Design & Advertising  
τηλ. 210 3840020

Αν  $u_2 = 0$

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \quad u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$$

Αν  $u_2 = 0$  και  $m_2 \gg m_1$

$$u_1' \cong -u_1 \quad \text{και} \quad u_2' \cong 0$$

Αν  $u_2 = 0$  και  $m_1 \gg m_2$

$$u_1' \cong u_1 \quad \text{και} \quad u_2' \cong 2u_1$$

### ✓ Αδρανειακά και μη αδρανειακά συστήματα

#### Μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου

Θέση

$$x = x' + u_x t \quad \text{και} \quad y = y' + u_y t$$

Ταχύτητα, αλγεβρικά

$$u_x = u'_x + u_x \quad \text{και} \quad u_y = u'_y + u_y$$

Ταχύτητα, διανυσματικά

$$\vec{u} = \vec{u}' + \vec{u}$$

Επιτάχυνση

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

Δύναμη

$$\vec{F} = \vec{F}'$$

### ✓ Συστήματα αναφοράς κέντρου μάζας

#### Συντεταγμένες του κέντρου μάζας

$$x_{cm} = \frac{\sum m_i x_i}{M}, \quad y_{cm} = \frac{\sum m_i y_i}{M} \quad \text{και} \quad z_{cm} = \frac{\sum m_i z_i}{M}$$

#### Για σύστημα δύο σωμάτων

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

### ✓ Πρώθηση του πυραύλου

#### Πρωσοτική δύναμη

$$F = u \frac{dm}{dt}$$

όπου  $\frac{dm}{dt}$  ο ρυθμός εκτόξευσης καυσασερίων

### ✓ Φαινόμενο Doppler

#### Ακίνητη πηγή - ακίνητος παρατηρητής

$$f_A = f_S$$

#### Ακίνητη πηγή - κινούμενος παρατηρητής

$$f_A = \left( \frac{u \pm u_A}{u} \right) f_S$$

Το (+), όταν ο παρατηρητής πλησιάζει προς την πηγή και το (-), όταν ο παρατηρητής απομακρύνεται από την πηγή.

**Κινούμενη πηγή - ακίνητος παρατηρητής**

$$f_A = \left( \frac{u}{u \mp u_S} \right) f_S$$

Το (-), όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή και το (+), όταν απομακρύνεται από αυτόν.

**Κινούμενη πηγή - κινούμενος παρατηρητής**

$$f_A = \left( \frac{u \pm u_A}{u \mp u_S} \right) f_S$$