ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15 / 03 / 2015

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω Α και Β τα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Να αποδείξετε ότι:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

Μονάδες 8

Α2. Να δώσετε τον ορισμό της διακύμανσης των παρατηρήσεων $t_1,t_2,\ldots,t_\nu$ μιας μεταβλητής Χ

Μονάδες 3

Α3. Έστω f μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού Α. Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1\in A$;

Μονάδες 4

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Το ενδεχόμενο να πραγματοποιούνται συγχρόνως τα Α και Β είναι το $A\cup B$

β. Μετά από την ομαδοποίηση των δεδομένων έχουμε απώλεια πληροφοριών για τις αρχικές τιμές.

γ. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται στην περίπτωση που έχουμε ποιοτική μεταβλητή

δ. Σε μία κανονική κατανομή το εύρος ισούται περίπου με 6 φορές τη μέση τιμή.

ε. Για την παράγωγο μιας σύνθετης συνάρτησης ισχύει: $\left(f\left(g\left(x\right)\right)\right)'=f'\left(g\left(x\right)\right)\cdot g'\left(x\right)$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Ο παρακάτω πίνακας αναφέρεται στα ύψη μαθητών ενός σχολείου σε εκατοστά, όπως αυτά έχουν ταξινομηθεί σε τέσσερις κλάσεις.

Ύψη Μαθητών	Σχετική Συχνότητα
[164 , 170)	f_1
[170 , 176)	f_2
[176 , 182)	f_3
[182 , 188)	f_4

Αν ισχύει:

$$f_1^2+f_2^2+f_3^2+0,29=2\left(0,2f_1+0,4f_2+0,3f_3\right)$$

τότε:

Β1. Να αποδείξετε ότι: $f_1=0,2$, $f_2=0,4$ και $f_3=0,3$

Μονάδες 5

Β2. Να βρείτε το μέσο ύψος των μαθητών.

Μονάδες 7

Αν οι μαθητές είναι 50

Β3. Να βρείτε πόσοι μαθητές έχουν ύψος τουλάχιστον 180 εκατοστά.

Μονάδες 5

Β4. Αν δύο μαθητές με ύψος κάτω από 170 εκατοστά φύγουν από το σχολείο, τότε να βρείτε το νέο μέσο ύψος των μαθητών.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $\Omega = \{0,1,2,\omega_1,\omega_2\}$ ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης με $\omega_1 < \omega_2$ και $A = \{\omega_1,\omega_2\}$ ένα ενδεχόμενό του, ώστε να ισχύουν:

$$P(A) = \frac{1}{2} \qquad \text{και} \qquad P(0) = 2P(1) = \frac{P(2)}{2} = P(\omega_1)$$

Γ1. Να βρείτε τις πιθανότητες των στοιχειωδών ενδεχομένων του Ω.

Μονάδες 7

Γ2. Αν η καμπύλη της συνάρτησης $f(x) = \frac{\alpha}{3}x^3 - 4x^2 + 15x - 1$ έχει εφαπτομένη στο $x_0 = 1$ παράλληλη στην ευθεία ε: $y = 8x$ και τα ω_1, ω_2 είναι θέσεις τοπικών ακροτάτων της f, τότε: να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, ω_1, ω_2 .

Μονάδες 7

Γ3. Για $\alpha = 1$, $\omega_1 = 3$, $\omega_2 = 5$,

i. Να βρείτε τη πιθανότητα του ενδεχομένου:

$$B = \left\{ \lambda \in \Omega \,/\, \lim_{x \to 2} \frac{f''(x) + 4}{\sqrt{3x - 2} - 2} = \lambda^2 - 5\lambda + \frac{26}{3} \right\}$$

Μονάδες 7

ii. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:
Γ: να πραγματοποιούνται συγχρόνως τα Α και Β
Δ: να πραγματοποιείται τουλάχιστον ένα από τα Α, Β

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ένα κουτί περιέχει μία κόκκινη σφαίρα Κ και τρεις μαύρες τις M_1, M_2 και M_3. Αφαιρούμε τυχαία μια σφαίρα από το κουτί, την καταγράφουμε και στη συνέχεια αφαιρούμε τυχαία μια δεύτερη σφαίρα και την καταγράφουμε επίσης.

α. Να βρείτε το δειγματικό χώρο Ω του πειράματος.

Μονάδες 6

β. Να παραστήσετε με αναγραφή το ενδεχόμενο, που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:
Α: “ Και οι δύο σφαίρες είναι μαύρες”
και να υπολογίσετε την πιθανότητα του παραπάνω ενδεχομένου

Μονάδες 6

Δ2. Δίνεται ο δειγματικός χώρος Ω ο οποίος αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα πεπερασμένου πλήθους και Α ενδεχόμενό του για τα οποία ισχύει $P(A) \geq \frac{1}{3}$

Δίνεται επίσης η συνάρτηση:

$$f(x) = x^3 + 3N(A)x^2 + N(A)\cdot N(\Omega)x + 8,\ x \in \mathbb{R}$$

Αν η f δεν παρουσιάζει ακρότατα, τότε:

α. Να αποδείξετε ότι $P(A) = \frac{1}{3}$

Μονάδες 7

β. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M(-1,1)$, τότε να βρείτε το N(Ω).

Μονάδες 6

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 9 / 4 / 2015

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι για το ενδεχόμενο Α ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:

$$P(A')=1-P(A)$$

όπου Α΄ το συμπλήρωμα του Α.

μονάδες 8

Α2. Να δώσετε τον ορισμό του εύρους R ενός δείγματος.

μονάδες 4

Α3. Θεωρούμε μια συνάρτησης f και x_0 ένα σημείο του πεδίου ορισμού της. Πότε η f λέγεται παραγωγίσιμη στο x_0;

μονάδες 3

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν $P(A)\le P(B)$, τότε για τα ενδεχόμενα Α και Β ισχύει πάντα ότι $A\subseteq B$

β. Αν Α, Β ασυμβίβαστα ενδεχόμενα, τότε $P(A-B)=P(A)$

γ. Η μέση τιμή είναι μέτρο θέσης.

δ. Αν Α, Β ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης, τότε $B'-A'=A-B$

ε. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για την γραφική παράσταση μόνο ποιοτικών δεδομένων.

μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι θετικές παρατηρήσεις x_i, $i=1,2,\dots,\nu$ μιας μεταβλητής Χ με τυπική απόκλιση s_x και μέση τιμή $\bar{x}$. Θεωρούμε επίσης τη συνάρτηση:

$$f(x)=x^3-3\cdot s_x\cdot x^2-3x-2s_x$$

Οι εφαπτόμενες της γραφικής παράστασης της f στα σημεία της $A(-1,f(-1))$ και $B(5,f(5))$ είναι παράλληλες.

Β1. Να δείξετε ότι $s_x=2$

μονάδες 5

Β2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

μονάδες 5

Β3. Να βρείτε το όριο $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)}{(f'(x))^2}$

μονάδες 4

Β4. Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f που έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

μονάδες 6

Β5. Έστω y_i, $i=1,2,\ldots,\nu$ θετικές παρατηρήσεις οι οποίες συνδέονται με τις παρατηρήσεις της μεταβλητής X με τη σχέση $y_i = x_i^2 - 3x_i + 6$, $i=1,2,\ldots,\nu$. Αν ισχύει $\bar{y}=14$, να βρείτε τη μέση τιμή της μεταβλητής X.

μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=12x^3-\frac{39}{2}x^2+10x+2015$.

Γ1. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 7

Γ2. Αν οι πιθανότητες $P(A\cup B)$ και $P(A)$ των ενδεχομένων Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω είναι διαφορετικές μεταξύ τους και ίσες με τις θέσεις των τοπικών ακρότατων της f, να αποδείξετε ότι: $P(A\cup B)=\frac{2}{3}$ και $P(A)=\frac{5}{12}$

Μονάδες 3

Γ3. Να αποδείξετε ότι: $\frac{1}{4}\le P(B)\le\frac{2}{3}$

Μονάδες 5

Γ4. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

α. Να πραγματοποιηθεί μόνο το Β.

Μονάδες 5

β. Να πραγματοποιηθεί το Α ή να μην πραγματοποιηθεί το Β.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εξετάζουμε δύο δείγματα μεγέθους ν και μ ως προς μία ποσοτική μεταβλητή X. Αν $\bar{x}$ και $\bar{y}$ είναι οι μέσες τιμές των παρατηρήσεων των δύο δειγμάτων, να δείξετε ότι για την μέση τιμή $\bar{z}$ του συνόλου των παρατηρήσεων των δύο δειγμάτων ισχύει:

α. $\bar{z}=\frac{\nu\cdot\bar{x}+\mu\bar{y}}{\nu+\mu}$

μονάδες 6

β. $\bar{y}=\bar{z}+\frac{(\bar{z}-\bar{x})\nu}{\mu}$

μονάδες 5

Δ2. Μια ομάδα μαθητών αποτελείται από μ αγόρια και ν κορίτσια. Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους μαθητές της ομάδας. Έστω Α το ενδεχόμενο ο μαθητής που επιλέχθηκε είναι αγόρι και Κ το ενδεχόμενο να είναι κορίτσι. Για τους μαθητές της ομάδας γνωρίζουμε ακόμη ότι:

- η μέση τιμή της ηλικίας όλων των μαθητών είναι 16 χρόνια.
- Η μέση τιμή της ηλικίας των μ αγοριών είναι $16+2x$ χρόνια, ενώ η μέση τιμή των ν κοριτσιών είναι $16-\ln(ex)$ χρόνια.

- Το x είναι πραγματικός αριθμός με $0 < x < e$, για τον οποίο η πιθανότητα του ενδεχομένου Α είναι μέγιστη.

α. Να δείξετε ότι ο λόγος των αγοριών προς τα κορίτσια είναι $\frac{\mu}{\nu} = \frac{\ln(ex)}{2x}$

μονάδες 3

β. Να δείξετε ότι η πιθανότητα του ενδεχομένου Α εκφράζεται από τη συνάρτηση $f(x) = \frac{\ln(ex)}{2x + \ln(ex)}$.

μονάδες 2

γ. Να υπολογίσετε τον αριθμό x.

μονάδες 4

δ. Να δείξετε ότι η πιθανότητα του ενδεχομένου Κ είναι διπλάσια της πιθανότητας του ενδεχομένου Α.

μονάδες 5

Δίνεται ότι: $s^2 = \frac{1}{\nu}\left\{\sum_{i=1}^{k} x_i^2 \nu_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} x_i \nu_i\right)^2}{\nu}\right\}$ και $s^2 = \frac{1}{\nu}\left\{\sum_{i=1}^{\nu} t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{\nu} t_i\right)^2}{\nu}\right\}$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26 / 04 / 2015

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω Α και Β ασυμβίβαστα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Να αποδείξετε ότι:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Μονάδες 8

Α2. Να δώσετε τον ορισμό του δειγματικού χώρου ενός πειράματος τύχης.

Μονάδες 4

Α3. Έστω $t_1, t_2, \ldots, t_\nu$ οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής Χ. Τι ορίζουμε ως μέση τιμή $\bar{x}$ των τιμών αυτών;

Μονάδες 3

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Το ενδεχόμενο να πραγματοποιούνται συγχρόνως τα Α και Β είναι το $A \cap B$

β. Ισχύει $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$ όπου f , g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

γ. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται στην περίπτωση που έχουμε ποσοτική μεταβλητή

δ. Αν $P(A) + P(B) > 1$, τότε τα ενδεχόμενα Α και Β είναι ασυμβίβαστα.

ε. Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα Α και Α΄ ισχύει $P(A) = 1 + P(A')$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

x_i	ν_i	f_i	F_i
1	14		
2		λ	
3	1		
4	3		
5			κ
6	8		
Σύνολο			

Αν γνωρίζουμε ότι $\kappa = \lim\limits_{x \to 1} \sqrt{\dfrac{4x^2 + 8x - 12}{x^3 - 13x^2 + 48x - 36}}$ και ότι στο κυκλικό διάγραμμα το τόξο α_2 του κυκλικού τομέα είναι ίσο με 81^0, τότε:

Β1. Να αποδείξετε ότι $\kappa = 0{,}8$ και $\lambda = 0{,}225$

Μονάδες 5

Β2. Να μεταφέρεται στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 4

Β3. Να βρείτε τη μέση τιμή και τη διάμεσο.

Μονάδες 6

Β4. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

Β5. Δίνεται επιπλέον ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$ και τα ενδεχόμενα $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ και $B = \{\omega_1, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$. Αν για τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω ισχύει $P(\omega_i) = f_i$, $i = 1,2,3,4,5,6$, να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου $P(B' - A')$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $x_1, x_2, \ldots, x_\nu$ παρατηρήσεις μιας ομοιογενούς μεταβλητής Χ που ακολουθεί την κανονική κατανομή. Γνωρίζουμε ότι το $15{,}85\%$ των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(7,9)$

Γ1. Να αποδείξετε ότι για τη μέση τιμή και τη τυπική απόκλιση του παραπάνω δείγματος ισχύει $\bar{x} = 10$ και $s = 1$

Μονάδες 5

Γ2. Αν επιλέξουμε τυχαία μία παρατήρηση υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου $A = \{x_i, i = 1,2,\ldots,\nu \,/\, x_i \leq 9\}$

Μονάδες 4

Γ3. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των τιμών $y_i = c \cdot x_i - \dfrac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i^2}{\nu}$, $i = 1,2,\ldots,\nu$, όπου c ο ρυθμός μεταβολής της $f(x) = x \cdot \ln x$, $x > 0$ για $x = \dfrac{1}{e^2}$

Μονάδες 6

Γ4. Για $c = -1$ να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f του ερωτήματος Γ3 στο σημείο της $A(1, f(1))$

Μονάδες 3

Γ5. Αν $M(x,y)$ τυχαίο σημείο της ευθείας (ε), τότε να βρείτε:

i) το μήκος του τμήματος ΟΜ, όπου Ο η αρχή των αξόνων, ως συνάρτηση του x

Μονάδες 2

ii) την ελάχιστη απόσταση του Μ από το Ο

Μονάδες 5

(η απόσταση δύο σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δίνεται από τον τύπο $(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$)

ΘΕΜΑ Δ

Έστω Α και Β τα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω. Γνωρίζουμε ότι:

- Η πιθανότητα να μην πραγματοποιηθεί το Α είναι 0,7
- Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το Β είναι 0,55
- Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα Α, Β είναι 0,65

Θεωρούμε επίσης τον επόμενο πίνακα κατανομής

κλάσεις	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
[0 ,)		8			
[,)		10			$P(B-A)$
[,)					$P(A\cup B)$
[,)			$P(A\cap B)$		
[,)					
Σύνολο					

Δ1. Να αποδείξετε ότι $P(A\cap B) = 0,1$ και στη συνέχεια να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το Β ή να μην πραγματοποιηθεί το Α.

Μονάδες 7

Δ2. Αν η μέση τιμή των παρατηρήσεων για τον παραπάνω πίνακα κατανομής είναι $\bar{x} = 9$, να αποδείξετε ότι το πλάτος των κλάσεων είναι $c = 4$

Μονάδες 5

Δ3. Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας σωστά συμπληρωμένο και στη συνέχεια να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα – πολύγωνο των απόλυτων συχνοτήτων.

Μονάδες 3

Δ4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από το πολύγωνο των συχνοτήτων, τον οριζόντιο άξονα και τις ευθείες $x = 11$ και $x = 18$

Μονάδες 5

Δ5. Δίνεται ενδεχόμενο Γ του ίδιου δειγματικού χώρου Ω του οποίου η πιθανότητα είναι $P(\Gamma) = 0,65$. Να αποδείξετε ότι:

$$0,2 \le P(B\cap\Gamma) + P(A\cap\Gamma) \le 0,85$$

Μονάδες 5

Δίνεται ότι: $s^2 = \dfrac{1}{v}\left\{\sum_{i=1}^{k} x_i^2 v_i - \dfrac{\left(\sum_{i=1}^{k} x_i v_i\right)^2}{v}\right\}$ και $s^2 = \dfrac{1}{v}\left\{\sum_{i=1}^{v} t_i^2 - \dfrac{\left(\sum_{i=1}^{v} t_i\right)^2}{v}\right\}$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΣΠΟΥΔΗ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15 / 5 / 2015

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω η συνάρτηση $f(x)=x^2$, με $x\in\mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι $f'(x)=2x$.

μονάδες 8

Α2. Έστω x_1, x_2, … , x_κ οι τιμές μίας μεταβλητής Χ , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους ν , όπου $\kappa,\nu\in\mathbb{N}^*$, με $\kappa\le\nu$. Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα ν_i που αντιστοιχεί στην τιμή x_i , με i = 1, 2, … , κ;

μονάδες 4

Α3. Πότε ένα πείραμα ονομάζεται πείραμα τύχης;

μονάδες 3

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν $A\subseteq B$, τότε $B'\subseteq A'$

β. Στην κανονική κατανομή το 95% των παρατηρήσεων βρίσκονται στο διάστημα $(\overline{X}-3s,\overline{X}+3s)$

γ. Η διακύμανση είναι μέτρο θέσης.

δ. Αν η συνάρτηση f έχει στο x_0 όριο ένα πραγματικό αριθμό ℓ_1, δηλαδή αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\ell_1$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)\right)^{\nu}=\ell_1^{\nu}$

ε. Οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες χρησιμοποιούνται μόνο στην περίπτωση που έχουμε ποιοτικές μεταβλητές.

μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega=\{1,2,3,4,5\}$ και τα ενδεχόμενά του:

- $A=\left\{\lambda\in\Omega \,/\, \text{η } f(x)=-\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{\lambda+1}{2}x^2+\dfrac{1-3\lambda}{2}x+2014 \text{ έχει ακρότατα}\right\}$
- $B=\{\kappa\in\Omega \,/\, s^2\ge 6\}$

όπου s^2 η διακύμανση των αριθμών:

$4\kappa-7,\ \kappa-1,\ \kappa+2$, με $\kappa\in\Omega$.

Β1. Να δείξετε ότι $A=\{4,5\}$ και $B=\{1,4,5\}$

μονάδες 8

Β2. Αν επιπλέον ισχύει $P(B)=\dfrac{7}{10}$ και $P(B-A)=\dfrac{1}{10}$, να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

α. να πραγματοποιείται μόνο το Α,

μονάδες 3

β. να πραγματοποιείται τουλάχιστον ένα από τα Α και Β,

μονάδες 3

γ. να πραγματοποιούνται συγχρόνως τα Α και Β.

μονάδες 3

Β3. Να βρεθεί η μικρότερη και η μεγαλύτερη τιμή της πιθανότητας $P(X)$, όπου Χ είναι ενδεχόμενο του Ω, τέτοιο ώστε $A\cup X=B$

μονάδες 8

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Ένα δείγμα 2.000 παρατηρήσεων $x_1, x_2, \ldots, x_{2.000}$ μίας μεταβλητής X είναι ομοιογενές και ακολουθεί την κανονική κατανομή. Γνωρίζουμε ότι 1.630 παρατηρήσεις βρίσκονται στο διάστημα $(8,11)$ του οποίου τα άκρα είναι χαρακτηριστικές τιμές της κανονικής κατανομής $(\bar{X}\pm 3s, \bar{X}\pm 2s, \bar{X}\pm s, \bar{X})$.

Γ1. Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{X}$ και την τυπική απόκλιση s των παραπάνω παρατηρήσεων.

μονάδες 8

Γ2. Για $\bar{X}=10$ και $s=1$, να βρείτε το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι:

α. πάνω από 13, **β.** στο διάστημα $(10,12)$

μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\sum_{i=1}^{2000} x_i^2$

μονάδες 5

Γ4. Αν $y_i = \frac{x_i - \bar{X}}{s}$ για $i=1,2,\ldots,2000$, να βρείτε την τυπική απόκλιση των y_i και στη συνέχεια να εξετάσετε αν ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής των τιμών αυτών.

μονάδες 6

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Έστω Α και Β ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A)=\frac{1}{4}$ και $P(B)=\frac{2}{3}$. Θεωρούμε επίσης τη συνάρτηση:

$$f(x)=\frac{3}{4}x^4-\frac{4}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+5$$

Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

μονάδες 7

Δ2. Να αποδείξετε ότι $f\left(\frac{11}{12}\right)\le f(P(A\cup B))\le f\left(\frac{2}{3}\right)$

μονάδες 6

Δ3. Δίνεται επίσης ο παρακάτω πίνακας:

κλάσεις	x_i	v_i
[0 ,)		$4P(A\cap B)$
[,)	6	$3P(A\cup B)$
[,)		$f(0)$
Σύνολο		

α. να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε,

μονάδες 6

β. να βρείτε τη μέση τιμή,

μονάδες 3

γ. να βρείτε τη πιθανότητα να πραγματοποιείται μόνο το Β.

μονάδες 3

Δίνεται ότι: $s^2=\frac{1}{v}\left\{\sum_{i=1}^{k}x_i^2 v_i-\frac{\left(\sum_{i=1}^{k}x_i v_i\right)^2}{v}\right\}$ και $s^2=\frac{1}{v}\left\{\sum_{i=1}^{v}t_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{v}t_i\right)^2}{v}\right\}$