

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΣΑΒΒΑΤΟ 9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1. α)** Σχολικό βιβλίο σελ. 65  
**β)** Σχολικό βιβλίο σελ. 65  
**γ)** Σχολικό βιβλίο σελ. 65

**A2.** Σχολικό βιβλίο σελ. 22

- A3. α.** Σ  
**β.** Λ  
**γ.** Λ  
**δ.** Σ  
**ε.** Λ

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Αφού το πλήθος των παρατηρητών είναι περιττός αριθμός, η διάμεσος θα είναι η κεντρική παρατήρηση αφού τοποθετηθούν σε αύξουσα σειρά. Από τις δοσμένες παρατηρήσεις προκύπτει:

$$4\alpha - 1 = 15$$

$$4\alpha = 16$$

$$\alpha = 4$$

**B2.** 12, 14, 15, 16, 18

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 t_i}{5} = \frac{12+14+15+16+18}{5} = \frac{75}{5} = 15$$

Άρα  $\boxed{\bar{x} = 15}$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{x})^2}{5} = \frac{(12-15)^2 + (14-15)^2 + (16-15)^2 + (18-15)^2}{5} =$$

$$= \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 3^2}{5} = \frac{9+1+1+9}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

Άρα  $\boxed{s^2 = 4}$

**B3.**  $s^2 = 4 \Leftrightarrow s = \sqrt{4} \Leftrightarrow \boxed{s = 2}$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{15} = 0,133 \approx 13,3\%$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

**B4.** Από την εφαρμογή του σχολικού βιβλίου σελ. 99 έχουμε:

$$y_i = -2x_i + 5$$

$$\bar{y} = -2\bar{x} + 5 = -2 \cdot 15 + 5 = -30 + 5 = -25$$

$$S_y = |-2| \cdot S_x = 2 \cdot 2 = 4$$

$$CV' = \frac{S_y}{|\bar{y}|} = \frac{4}{|-25|} = \frac{4}{25} = 0,16 = 16\%$$

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Η παράγωγος της  $f$  είναι:

$$f'(x) = 6x^2 - 6κx, x \in \mathbb{R}$$

Αφού η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο  $M(1, F(1))$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ , ισχύει:

$$f'(1) = 0$$

$$\text{Είναι: } f'(1) = 6 \cdot 1^2 - 6κ \cdot 1 = 6 - 6κ$$

$$\text{Άρα: } 6 - 6κ = 0 \Leftrightarrow 6κ = 6 \Leftrightarrow \boxed{κ = 1}$$

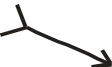

**Γ2.** Είναι:  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x$$

$$f''(x) = 12x - 6$$

Έχουμε:

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 12x - 6 = 0 \Leftrightarrow 12x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$	-	○	+
$f'$			

**Ε.**

Ο ρυθμός μεταβολής της  $f$  γίνεται ελάχιστος για  $x = \frac{1}{2}$

**Γ3.** Για την εφαπτομένη στο σημείο  $M(-1, f'(-1))$  έχουμε:

$$f'(-1) = 6(-1)^2 - 6 \cdot (-1) = 6 + 6 = 12$$

$$f''(-1) = 12(-1) - 6 = -12 - 6 = -18$$

Άρα η εξίσωση της ζητούμενης εφαπτομένης είναι:

$$y - f'(-1) = f''(-1) \cdot [x - (-1)]$$

$$y - 12 = -18(x + 1)$$

$$y - 12 = -18x - 18$$

$$y = -18x - 18 + 12$$

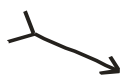

$$\boxed{y = -18x - 6}$$

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.**  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + 2018, x \in \mathbb{R}$

$$\text{Είναι: } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 4}} \cdot (x^2 + 4)' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

**Δ2.**  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = 0}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	○	+
f			

E.

Η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα για  $x \in (-\infty, 0]$

Η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα για  $x \in [0, +\infty)$

Η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο στο  $x_0 = 0$ , το  $f(0) = 2020$

**Δ3.**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 4) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} - 2x}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot (x^2 + 4) - 2x \sqrt{x^2 + 4}}{x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sqrt{x^2 + 4}^2 - 2x \sqrt{x^2 + 4}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sqrt{x^2 + 4} - 2x}{x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sqrt{x^2 + 4} - 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot (\sqrt{x^2 + 4} - 2)}{x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2 + 4} - 2)(\sqrt{x^2 + 4} + 2)}{x \cdot (\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4}^2 - 2^2}{x(\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4 - 4}{x(\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x(\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4} + 2} = \frac{0}{\sqrt{0^2 + 4} + 2} = 0 \end{aligned}$$

Κλάδος Μαθηματικών  
Σκύφας Αθανάσιος  
Γιαννάκος Παναγιώτης  
Ανδριώτης Δημήτρης  
Σαρρή Ελένη  
Σκύφα Άρτεμις  
Αμαξόπουλος Πάρης  
Σκύφα Αμαρυλλίς  
Γρίβα Λία  
Σαντοριναίος Αντώνης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

**ΣΠΟΥΔΗ**

- ΑΘΗΝΑ: ΣΟΛΩΝΟΣ 101 ΤΗΛ. 2103828854 – 2103845239
- ΠΑΓΚΡΑΤΙ: ΑΓ. ΦΑΝΟΥΡΙΟΥ 30 ΤΗΛ. 2107520883 – 2107519429
- ΒΥΡΩΝΑΣ: ΝΙΚΗΦΟΡΙΔΗ 10 ΤΗΛ. 2107669192 – 2107666233
- ΠΕΙΡΑΙΑΣ: ΗΡ.ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ 30 ΤΗΛ. 2104190171 – 2107519429

[www.spoudi.gr](http://www.spoudi.gr), e-mail: [info@spoudi.gr](mailto:info@spoudi.gr) /[spoudipagkrati@gmail.com](mailto:spoudipagkrati@gmail.com)  
/ [spoudibyronas@gmail.com](mailto:spoudibyronas@gmail.com) / [spoudipeiraias@otenet.gr](mailto:spoudipeiraias@otenet.gr)