ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

ΣΠΟΥΔΗ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 30 ΜΑΪΟΥ 2014 - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. ΘΕΩΡΙΑ (Σχολικό βιβλίο σελ. **30**)

Α2. ΘΕΩΡΙΑ (Σχολικό βιβλίο σελ. **13**)

Α3. ΘΕΩΡΙΑ (Σχολικό βιβλίο σελ. **59**)

Α4. α) **Σ** β) **Λ** γ) **Λ** δ) **Λ** ε) **Σ**

ΘΕΜΑ Β

Β1. Το πλήθος των πωλητών είναι:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 40$$

Β2. Από το τύπο $f_i = \frac{\nu_i}{\nu}$ προκύπτουν:

$$f_1 = \frac{\nu_1}{\nu} = \frac{12}{40} = 0{,}30 \qquad f_2 = \frac{\nu_2}{\nu} = \frac{8}{40} = 0{,}20$$

$$f_3 = \frac{\nu_3}{\nu} = \frac{14}{40} = 0{,}35 \qquad f_4 = \frac{\nu_4}{\nu} = \frac{6}{40} = 0{,}15$$

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική Συχνότητα f_i	$x_i f_i$
$[2,4)$	3	12	0,30	0,9
$[4,6)$	5	8	0,20	1
$[6,8)$	7	14	0,35	2,45
$[8,10)$	9	6	0,15	1,35
ΣΥΝΟΛΟ		40	1	5,7

Β3.α Είναι $\bar{x} = \sum_{i=1}^{4} x_i f_i = 5,7$

β. Επειδή οι παρατηρήσεις σε κάθε κλάση είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες και στην κλάση $[4,6)$ περιέχονται $v_2 = 8$ πωλητές, στην κλάση $[4,5-6)$ περιέχονται $\frac{3}{4} \cdot 8 = 6$ πωλητές.

Άρα το πλήθος των πωλητών που έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλιάδες ευρώ είναι:

$$6 + 14 + 6 = 26 \text{ πωλητές}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι

$$f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 7x + 1 = 0 \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{4} \text{ ή } x_2 = \frac{1}{3}, \text{ αφού } x_1 < x_2$$

Άρα

$$P(K) = x_1 = \frac{1}{4} \text{ και } P(A) = x_2 = \frac{1}{3}$$

Τα ξένα σύνολα Κ,Α,Π έχουν $K \cup A \cup \Pi = \Omega$,άρα:

$$P(K)+P(\Pi)+P(A)=1 \Leftrightarrow P(\Pi)=1-P(K)-P(A) \Leftrightarrow$$
$$P(\Pi)=1-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=\frac{5}{12}$$

Γ2. Είναι :

$P(\Gamma)=P(K \cup A)=P(K)+P(A)=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$

$P(\Delta)=P(\Pi)=\frac{5}{12}$

$P(E)=P(A \cup K)=\frac{7}{12}$

Γ3. Έχουμε το σύστημα

$$\begin{cases} P(A)=\frac{1}{3} \\ P(\Pi)=\frac{5}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{N(A)}{N(\Omega)}=\frac{1}{3} \\ \frac{N(A)+4}{N(\Omega)}=\frac{5}{12} \end{cases} \Leftrightarrow N(\Omega)=48$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αν y είναι η τρίτη διάσταση του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου τότε είναι:

$$2x+2y=20 \Leftrightarrow y=10-x$$

οπότε η συνολική επιφάνεια του κουτιού ως συνάρτηση του x είναι:

$$E(x)=2\cdot 5\cdot x+2\cdot 5\cdot(10-x)+x\cdot(10-x)=$$

$$=10x+100-10x+10x-x^2=-x^2+10x+100,\ x\in(0,10)$$

Είναι:

$E'(x)=-2x+10,\ x\in(0,10)$

$E'(x)=0 \Leftrightarrow -2x+10=0 \Leftrightarrow x=5$

$E'(x)>0 \Leftrightarrow -2x+10>0 \Leftrightarrow 0<x<5$

$E'(x)<0 \Leftrightarrow -2x+10<0 \Leftrightarrow 5<x<10$

Από την παραπάνω μελέτη συμπεραίνουμε ότι η E είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0,5]$, είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[5,10)$ και παρουσιάζει μέγιστο για $x=5$ με $E(5)=125$

x	0		5		10
$E'(x)$		$+$	0	$-$	
$E(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	
			O.M		

Δ2.α. Είναι

$$2s^2-5s+2=0 \Leftrightarrow s=\frac{1}{2} \text{ ή } s=2$$

Αν $s=\frac{1}{2}$ τότε είναι:

$$CV=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{\frac{1}{2}}{8}=\frac{1}{16}<10\%$$

σχέση που δηλώνει ότι το δείγμα είναι ομοιογενές
Αν $s=2$ τότε είναι:

$$CV=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}=\frac{25}{100}>10\%$$

σχέση που δηλώνει ότι το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

Από την παραπάνω μελέτη συμπεραίνουμε ότι $s=2$

β. Είναι

$$s^2=\frac{1}{15}\left(\sum_{i=1}^{15}x_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{15}x_i\right)^2}{15}\right)=\frac{\sum_{i=1}^{15}x_i^2}{15}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{15}x_i}{15}\right)^2=\frac{\sum_{i=1}^{15}x_i^2}{15}-\bar{x}^2$$

Άρα

$$\frac{\sum_{i=1}^{15}x_i^2}{15}=s^2+\bar{x}^2 \Leftrightarrow \frac{\sum_{i=1}^{15}x_i^2}{15}=2^2+8^2=68$$

Δ3. Είναι

$$R=E(x_1)-E(x_{15})=E(5)-E(9)=125-109=16$$

διότι η Ε είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[5,9]$, οπότε:

$$y_i>-4x_i+9\cdot16+1 \Leftrightarrow y_i>-4x_i+145 \Leftrightarrow E(x_i)>-4x_i+145 \Leftrightarrow$$

$$-x_i^2+10x_i+100>-4x_i+145 \Leftrightarrow x_i^2-14x_i+45<0 \Leftrightarrow$$
$$5<x_i<9$$

οπότε

$$B=\{(x_2,y_2),(x_3,y_3),\ldots,(x_{14},y_{14})\} \text{ με } N(B)=13$$

άρα

$$P(B)=\frac{N(B)}{N(\Omega)}=\frac{13}{15}$$

Κλάδος Μαθηματικών

Σκύφας Αθανάσιος
Γιαννάκος Παναγιώτης
Ανδριώτης Δημήτρης
Σαρρή Ελένη
Παύλου Φώτης
Τάτσης Πέτρος
Κουκόσιας Δημήτρης
Σταθοπούλου Ιωάννα
Βασιλακόπουλος Πραξιτέλης
Μπαλαδήμα Βάνα
Αναστασίου Στάθης
Σκύφα Άρτεμις