ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

ΣΠΟΥΔΗ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ
(ΟΜΑΔΑ Β')

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝ. ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. ΘΕΩΡΙΑ (Σελ. σχολικού βιβλίου **151**)

Α2. ΘΕΩΡΙΑ (Σελ. σχολικού βιβλίου **87**)

Α3. ΘΕΩΡΙΑ (Σελ. σχολικού βιβλίου **14**)

Α4. α) **Σωστό** β) **Λάθος** γ) **Σωστό** δ) **Σωστό** ε) **Λάθος**

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Η παράγωγος της συνάρτησης f είναι:

$$f'(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25 - 4 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \left\langle \begin{array}{l} 3 \\ 2 \end{array} \right.$$

Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται το πρόσημο και οι ρίζες της f' καθώς και η μονοτονία και τα ακρότατα της f

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	
			Τ.Μ		Τ.Ε.		

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x=2$ το

$$f(2)=\frac{8}{3}-\frac{5}{2}\cdot 4+12-1=\frac{8}{3}-10+12-1=\frac{8}{3}+1=\frac{11}{3}$$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x=3$ το

$$f(3)=9-\frac{45}{2}+18-1=26-\frac{45}{2}=\frac{7}{2}$$

B2.

Για την εξίσωση της εφαπτομένης στο $A(0,f(0))$ έχουμε:

<u>Α΄ τρόπος:</u>

Είναι:

$$y=f'(0)x+\beta \Leftrightarrow y=6x+\beta$$

Η παραπάνω ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(0,f(0))$ ή $A(0,-1)$, οπότε:

$$-1=6\cdot 0+\beta \Leftrightarrow \beta=-1$$

άρα:

$$y=6x-1$$

<u>Β΄ τρόπος:</u>

Είναι:

$$y-f(0)=f'(0)(x-0) \Leftrightarrow y+1=6x \Leftrightarrow y=6x-1$$

B3.

Για $x\neq -1$ έχουμε:

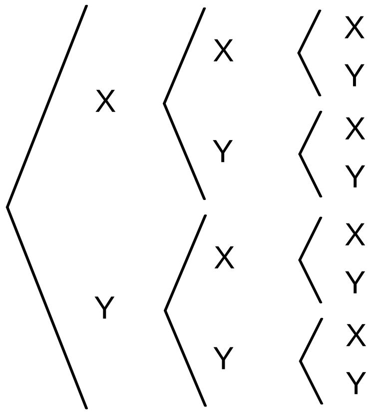
$$\frac{f'(x)-12}{x+1}=\frac{x^2-5x+6-12}{x+1}=\frac{x^2-5x-6}{x+1}=\frac{(x-6)(x+1)}{x+1}=x-6$$

Άρα έχουμε:

$$\lim_{x\to -1}\frac{f'(x)-12}{x+1}=\lim_{x\to -1}(x-6)=-7$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Συμβολίζουμε με Χ τα αγόρια και Υ τα κορίτσια. Άρα έχουμε το δενδροδιάγραμμα:



Ο δειγματικός χώρος Ω θα είναι:

$$\Omega = \{XXX, XXY, XYX, XYY, YXX, YXY, YYX, YYY\}$$

$$\text{με } N(\Omega) = 8$$

Γ2. Τα ενδεχόμενα Α, Β, Γ που προκύπτουν είναι:

$$A = \{YXX, YXY, YYX, YYY\}$$
$$B = \{XYY, YXY, YYX, YYY\}$$
$$\Gamma = \{XXX, XXY, YYX, YYY\}$$

Γ3. α) Για το ενδεχόμενο Δ έχουμε:

$$\Delta = A \cap B = \{YXY, YYX, YYY\}, \text{ με } N(\Delta) = 3$$

$$P(\Delta) = \frac{N(\Delta)}{N(\Omega)} = \frac{3}{8}$$

Για το ενδεχόμενο Ε έχουμε:

$$E = A \cup B = \{YXX, YXY, YYX, YYY, XYY\} \text{ , με } N(E) = 5$$

$$P(E) = \frac{N(E)}{N(\Omega)} = \frac{5}{8}$$

Για το ενδεχόμενο Ζ έχουμε:

$$Z = \Gamma - E = \{XXX, XXY\} \text{ , με } N(Z) = 2$$

$$P(Z) = \frac{N(Z)}{N(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

β) Το ενδεχόμενο Η : «δεν πραγματοποιείται κανένα από τα Α , Β» είναι:

$$H=(A\cup B)'$$

άρα:

$$P(H)=P\left[(A\cup B)'\right]=1-P(A\cup B)=1-P(E)=\frac{8}{8}-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$$

Το ενδεχόμενο Θ : «πραγματοποιείται ακριβώς ένα από τα Α , Β» είναι:

$$\Theta=(A-B)\cup(B-A)$$

άρα:

$$P(\Theta)=P\left[(A-B)\cup(B-A)\right]=P(A-B)+P(B-A)=$$
$$=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)=P(A\cup B)-P(A\cap B)=$$
$$=P(E)-P(\Delta)=\frac{5}{8}-\frac{3}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έχουμε:

$$8+c+\frac{c}{2}=14\Leftrightarrow\frac{3c}{2}=6\Leftrightarrow 3c=12\Leftrightarrow c=4$$

Δ2. Είναι:

$$\nu=\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4+\nu_5=20+15+10+\nu_4=45+\nu_4$$

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{4}x_i\nu_i}{\nu}\Leftrightarrow 14=\frac{10\cdot 20+14\cdot 15+18\cdot 10+22\cdot\nu_4}{45+\nu_4}\Leftrightarrow 14=\frac{200+210+180+22\cdot\nu_4}{45+\nu_4}\Leftrightarrow$$

$$630+14\nu_4=590+22\cdot\nu_4\Leftrightarrow 8\nu_4=40\Leftrightarrow\nu_4=5$$

Χρόνος (σε λεπτά)	**Κεντρική τιμή** x_i	**Συχνότητα** ν_i
[8,12)	**10**	**20**
[12,16)	**14**	**15**
[16,20)	**18**	**10**
[20,24)	**22**	**5**
Σύνολα		**50**

Δ3.

Έστω $[9,12)$ οι χρόνοι που χρειάζονται ν_1' υπολογιστές όταν $[8,12)$ είναι οι χρόνοι που χρειάζονται $\nu_1=20$ υπολογιστές.

Επειδή οι παρατηρήσεις κατανέμονται ομοιόμορφα στις κλάσεις, έχουμε:

$$\frac{3}{4}=\frac{\nu_1'}{20}\Leftrightarrow \nu_1'=\frac{3}{4}20\Leftrightarrow \nu_1'=15$$

Το ζητούμενο πλήθος των υπολογιστών είναι:

$$\nu_1'+\nu_2+\nu_3+\nu_4+\nu_5=15+15+10+5=45$$

Δ4. Είναι:

$$s^2=\frac{\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2\cdot\nu_i}{\nu}=\frac{(10-14)^2\cdot 20+(14-14)^2\cdot 15+(18-14)^2\cdot 10+(22-14)^2\cdot 5}{50}=$$

$$=\frac{320+0+160+320}{50}=\frac{800}{50}=16$$

οπότε:

$$s=\sqrt{s^2}=\sqrt{16}=4$$

Επίσης:

$$CV=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{4}{14}=\frac{2}{7}>\frac{1}{10}=10\%$$

Επομένως το δείγμα των χρόνων δεν είναι ομοιογενές.

Δ5. Έστω t_i , $i=1,2,...,50$ οι χρόνοι που χρειάστηκαν οι υπολογιστές για να τρέξουν το πρόγραμμα με μέση τιμή $\bar{x}=14$ και τυπική απόκλιση $s=4$ και y_i , $i=1,2,...,50$ οι χρόνοι που προκύπτουν αφού αντικαταστήσουμε τον επεξεργαστή. Τότε:

$$y_i=\frac{80}{100}t_i\ ,\ i=1,2,...,50$$

$$y_i=0,8t_i\ ,\ i=1,2,...,50$$

Από την εφαρμογή σελ. 99 του σχολικού βιβλίου προκύπτει ότι η μέση τιμή $\bar{y}$ και η τυπική απόκλιση s_y των τιμών y_i , $i=1,2,...,50$ είναι:

$$\bar{y}=0,8\,\bar{x}=0,8\cdot 14=11,2$$

και

$$s_y=|0,8|\cdot s=0,8\cdot 4=3,2$$

Επομένως το καινούριο δείγμα χρόνων έχει συντελεστή μεταβολής:

$$CV_y=\frac{s_y}{\bar{y}}=\frac{3,2}{11,2}=\frac{2}{7}>10\%$$

Άρα το νέο δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Κλάδος Μαθηματικών

Σκύφας Αθανάσιος
Γιαννάκος Παναγιώτης
Ανδριώτης Δημήτρης
Σαρρή Ελένη
Τάτσης Πέτρος
Σκύφα Άρτεμις
Αναστασίου Στάθης
Αμαξόπουλος Πάρης
Σκύφα Αμαρυλλίς

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

ΣΠΟΥΔΗ

- **ΑΘΗΝΑ: ΣΟΛΩΝΟΣ 101 ΤΗΛ. 2103828854 – 2103845239**
- **ΠΑΓΚΡΑΤΙ: ΑΓ. ΦΑΝΟΥΡΙΟΥ 30 ΤΗΛ. 2107520883 – 2107519429**
- **ΒΥΡΩΝΑΣ: ΝΙΚΗΦΟΡΙΔΗ 10 ΤΗΛ. 2107669192 – 2107666233**
- **ΠΕΙΡΑΙΑΣ: ΗΡ.ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ 30 ΤΗΛ. 2104190171**

www.spoudi.gr, e-mail: info@ spoudi.gr/ spoudipagkrati@gmail.com /spoudibyronas@gmail.com/spoudipeiraias@otenet.gr