

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)  
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΠΕΜΠΤΗ 21 ΜΑΙΟΥ 2015  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** α) Τα σημεία στα οποία μηδενίζεται η 1<sup>η</sup> παράγωγος  
β) Τα σημεία στα οποία δεν ορίζεται η 1<sup>η</sup> παράγωγος  
γ) Τα άκρα του Π.Ο. με την προϋπόθεση ότι αυτά ανήκουν στο Π.Ο.

- A2.** α) Λ      β) Σ      γ) Λ      δ) Λ      ε) Σ

**A3.** α)  $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = [\ln x]_{\alpha}^{\beta} = \ln \beta - \ln \alpha = \ln \frac{\beta}{\alpha}$  με  $\beta > \alpha > 0$

β)  $(c)' = 0$ , αν c σταθερά

γ)  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i v_i}{v}$

**ΘΕΜΑ Β**

| Χρόνος<br>σε λεπτά | Κέντρο<br>κλάσης<br>$k_i$ | Συχνότητα<br>$v_i$         | Αθροιστική<br>Συχνότητα<br>$N_i$ | $k_i \cdot v_i$ |
|--------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------------|-----------------|
| [5 – 15)           | 10                        | 20                         | 20                               | 200             |
| [15 – 25)          | 20                        | 14                         | 34                               | 280             |
| [25 – 35)          | 30                        | 12                         | 46                               | 360             |
| [35 – 45)          | 40                        | 4                          | 50                               | 160             |
| <b>Σύνολα</b>      |                           | <b><math>v = 50</math></b> |                                  | <b>1000</b>     |

**B1.**  $v_1 + v_2 = N_2 \Rightarrow v_2 = 14$

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = v \Rightarrow v_4 = 14$$

**B2.**  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 K_i v_i}{v} = \frac{100\cancel{\theta}}{5\cancel{\theta}} = 20$

$$s^2 = \frac{(10-20)^2 20 + (20-20)^2 14 + (20-30)^2 12 + (20-40)^2 4}{50}$$
$$= \frac{2000 + 0 + 1200 + 1600}{50} = \frac{480\cancel{\theta}}{5\cancel{\theta}} = 96$$

$$s = \sqrt{96} \approx 10$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} 100\% = \frac{1\cancel{\theta}}{2\cancel{\theta}} 100\% = 0,5 \cdot 100\% = 50\%$$

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (4x + 4e^{x-2}) = 4 \cdot 2 + 4 \cdot e^{2-2} = 8 + 4 = 12$

**Γ2.**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\cancel{(x-2)}(x^2 + 2x + 4)}{\lambda \cancel{(x-2)}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 2x + 4}{\lambda} = \frac{12}{\lambda}$

**Γ3.** Για να είναι συνεχής στο 2 πρέπει:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$$

$$\frac{12}{\lambda} = 12 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

**Γ4.**



$$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 4x + 4e^{x-2} dx = \left[ 4 \frac{x^2}{2} + 4e^{x-2} \right]_1^2 = 4 \frac{2^2}{2} + 4e^{2-2} - \left( 4 \frac{1^2}{2} + 4e^{1-2} \right) =$$
$$= 8 + 4 - \left( 2 + \frac{4}{e} \right) = 10 - \frac{4}{e}$$

## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου είναι:

$$B'(t) = -t^2 + 4t + 12, \quad 0 \leq t \leq 10$$

**Δ2.**

|       |   |      |   |
|-------|---|------|---|
| t     | 0   | 6    | 10  |
| B'(t) | +   | ○    | -   |
| B(t)  |  |      |  |
|       | T.E.  | O.M. | T.E.  |

Άρα τη χρονική στιγμή  $t = 6$ , το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο.

**Δ3.** Στο διάστημα  $[6,9]$  η συνάρτηση  $B$  είναι γνησίως φθίνουσα, οπότε:

$$6 \leq t \leq 9 \Leftrightarrow B(6) \geq B(t) \geq B(9) \Leftrightarrow B(9) \leq B(t) \leq B(6)$$



**Δ4.** Είναι:

$$B''(t) = -2t + 4$$

$$B''(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

$$B''(t) > 0 \Leftrightarrow -2t + 4 > 0 \Leftrightarrow 2t < 4 \Leftrightarrow t < 2$$

$$B''(t) < 0 \Leftrightarrow t > 2$$

|        |   |      |   |
|--------|---|------|---|
| t      | 0   | 2    | 10  |
| B''(t) | +   | ○    | -   |
| B'(t)  |  |      |  |
|        | T.E.  | O.M. | T.E.  |

Άρα τη χρονική στιγμή  $t = 2$ , ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος.

## Κλάδος Μαθηματικών

Σκύφας Αθανάσιος  
Γιαννάκος Παναγιώτης  
Ανδριώτης Δημήτρης  
Σαρρή Ελένη  
Παύλου Φώτης  
Τάσης Πέτρος  
Κουκόσιας Δημήτρης  
Σταθοπούλου Ιωάννα  
Βασιλακόπουλος Πραξιτέλης  
Μπαλαδήμα Βάνα  
Αναστασίου Στάθης  
Σκύφα Άρτεμις  
Αμαξόπουλος Πάρης

## ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΣΠΟΥΔΗ

- ΑΘΗΝΑ: ΣΟΛΩΝΟΣ 101 ΤΗΛ. 2103828854 – 2103845239
- ΠΑΓΚΡΑΤΙ: ΑΓ. ΦΑΝΟΥΡΙΟΥ 30 ΤΗΛ. 2107520883 – 2107519429
- ΒΥΡΩΝΑΣ: ΝΙΚΗΦΟΡΙΔΗ 10 ΤΗΛ. 2107669192 – 2107666233
- ΠΕΙΡΑΙΑΣ: ΗΡ.ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ 30 ΤΗΛ. 2107520883 – 2107519429
- ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΑ ΖΗΡΙΔΗ: Σπάτα ΤΗΛ. 2106685715 – 2106685600

[www.spoudi.gr](http://www.spoudi.gr), e-mail: [info@spoudi.gr](mailto:info@spoudi.gr)  
[/spoudibyronas@gmail.com](mailto:/spoudibyronas@gmail.com) / [spoudipeiraias@otenet.gr](mailto:spoudipeiraias@otenet.gr)